

Применение полиспектральной обработки в адаптивной фильтрации

В. И. Мусихин

Уральский федеральный университет
имени первого Президента России Б. Н. Ельцина,
Екатеринбург, Россия
v. i. musikhin@urfu.ru

Аннотация. В статье рассмотрено полиспектральное преобразование, в частности биспектр, а также адаптивная фильтрация сигналов и использование биспектров в данной области. Разработана модель адаптивного компенсатора в биспектральной области с последующим исследованием влияния некоррелированных гауссовых помех в каналах.

Ключевые слова. Полиспектральный анализ, биспектральный анализ, адаптивная фильтрация, спектральная плотность мощности, спектры высоких порядков.

Polyspectral Processing in Adaptive Filtering

Vladislav I. Musikhin

Ural Federal University
named after the first President of Russia B. N. Yeltsin,
Ekaterinburg, Russia
v. i. musikhin@urfu.ru

Abstract. The polyspectral estimation, in particular, the bispectrum, is considered. Adaptive filtering of signals and the use of bispectra in this area are also considered. The model of the adaptive compensator in the bispectral range was developed with subsequent investigation of the effect of uncorrelated Gaussian noise in the channels. As a result, it was found that in the presence of uncorrelated Gaussian noise in the channels of the adaptive compensator, the system using the bispectral processing shows better results than the compensator in the spectral region without using a bispectrum. The difference is about 14 dB. It was also noted that for the compensator with the bispectral processing the third-order cumulant of the signal should be non-zero.

Keywords. Polyspectral analysis, bispectral analysis, adaptive filtering, power spectral density, high-order spectra.

© Musikhin V. I., 2018

Введение

Одним из фундаментальных средств цифровой обработки сигналов является оценивание спектральной плотности мощности, или просто спектра мощности, дискретных детерминированных и стохастических процессов [1, 2].

При оценивании спектра мощности рассматриваемый процесс считается результатом наложения статистически некоррелированных гармонических составляющих, оценка распределения мощности производится среди этих частотных составляющих. При этом исследуются только линейные механизмы, определяющие ход процесса, поскольку фазовые соотношения между частотными составляющими исключаются. Содержащаяся в спектре мощности информация по существу совпадает с информацией, имеющейся в автокорреляционной последовательности. Однако на практике для получения в ряде случаев информации, касающейся отклонений от гауссовости и наличия нелинейности, одного лишь спектра мощности оказывается уже недостаточно. Подобную информацию дают спектры более высокого порядка, называемые полиспектрами, определяемые для данного процесса по его семиинвариантам высоких порядков. К частным случаям таких спектров относятся спектр третьего порядка — биспектр и спектр четвертого порядка — триспектр, которые определяются как преобразования Фурье для последовательностей семиинвариантов третьего и четвертого порядков стационарного случайного процесса соответственно [1].

Применение биспектральной обработки в адаптивной фильтрации в данной статье обусловлено прежде всего тем, что полиспектры порядка, большего двух, тождественно обращаются в ноль для гауссового процесса [1]. Таким образом, появляется возможность уменьшить влияние аддитивных помех в виде некоррелированного шума в каналах, не поддающихся компенсации в адаптивной системе и являющихся нестационарными гауссовыми процессами.

Влияние помех в каналах адаптивного компенсатора

Обобщенная структурная схема адаптивного компенсатора представлена на рис. 1. В качестве входного сигнала выступает смесь сигнала S и не коррелированной с ним помехи n_0 . Эталонным сигналом является помеха \hat{n}_0 , не коррелированная с сигналом, но некоторым неизвестным образом коррелированная с помехой n_0 . В результате фильтрации помехи \hat{n}_0 формируется сигнал y , который приблизительно представляет собой копию n_0 . Этот сигнал вычитается

из входного сигнала $S + n_0$ для того, чтобы сформировать выходной сигнал систем $S + n_0 - y$. Ключ K может быть замкнут в случае, если это система с обратной связью, и разомкнут, если обратная связь отсутствует.

Адаптивные системы могут быть без обратной связи и с обратной связью. Процесс адаптации без обратной связи состоит из измерений характеристик входного сигнала или окружающей среды, введения этой информации в формулу или вычислительный алгоритм и использования результатов для регулирования адаптивной системы. При адаптации с обратной связью, кроме того, автоматически вносятся коррекции, с целью оптимизации параметров функционирования системы определяется их влияние на выходной сигнал. Этот процесс можно назвать адаптацией с функциональной обратной связью [5].

В данной статье рассматривается адаптивная система без обратной связи. В качестве примера такой системы в частотной области может выступать адаптивный компенсатор с синтезом оптимального коэффициента передачи адаптивного фильтра по критерию наименьших средних квадратов (LMS) [6], который является самым распространенным критерием для адаптивных систем:

$$K_{\text{opt}}(\omega) = \frac{S_{xy}(\omega)}{S_x(\omega)}, \quad (1)$$

где $S_{xy}(\omega)$ — взаимная спектральная плотность мощности входного и эталонного сигналов адаптивной системы; $S_x(\omega)$ — спектральная плотность мощности эталонного сигнала адаптивной системы.

Как было сказано выше, для успешного применения адаптивной компенсации необходимо, чтобы помеха, подаваемая в опорный канал в качестве эталонного сигнала, была некоторым образом коррелирована с помехой, которая в смеси с полезным сигналом поступает на вход фильтра. Тем не менее в реальных системах зачастую имеет место быть аддитивный широкополосный гауссовский шум в каналах адаптивного компенсатора. При этом условие коррелированности этих шумов в каналах не выполняется.

На рис. 1 показана схема воздействия аддитивных гауссовских шумов на адаптивный компенсатор. Из-за того, что шумы n_1 и n_2 в каналах являются некоррелированными, они значительно снижают эффективность фильтрации, так как шум n_1 практически беспрепятственно проникает на выход адаптивной системы, а шум n_2 при этом снижает эффективность алгоритма адаптации.

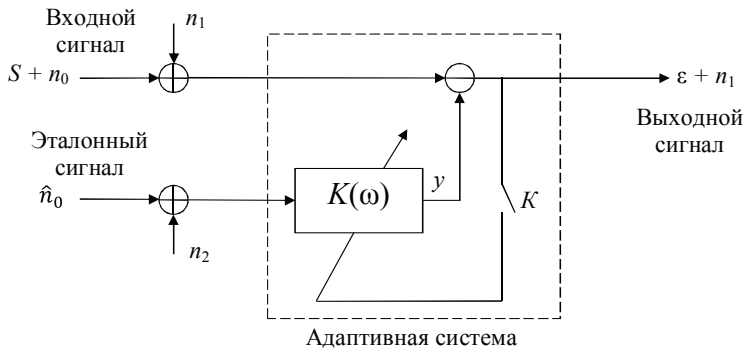


Рис. 1. Адаптивный компенсатор под воздействием шумов в каналах
 Fig. 1. Adaptive compensator which is affected by the noise in the channels

Цель нашей работы состоит в разработке адаптивного компенсатора в бичастотной (биспектральной) области, который является устойчивым к некоррелированным гауссовым помехам за счет применения биспектров.

Адаптивная компенсация в биспектральной области

Как было отмечено выше, одним из основных свойств биспектра является то, что он тождественно обращается в нуль для стационарного гауссовского процесса с нулевым средним значением. Из этого следует, что адаптивная система, функционирующая в биспектральной области, способна решить рассматриваемую проблему с шумами в каналах. При этом следует учесть, что гауссова помеха обращается в ноль лишь при бесконечно большом количестве усреднений биспектров и в реальной системе будет стоять задача подбора оптимального числа усреднений [1].

Схема адаптивного компенсатора в биспектральной области аналогична схеме адаптивного компенсатора в частотной области с тем отличием, что вместо процедуры оценки спектральной плотности входного и эталонного сигнала используется процедура оценки биспектральной плотности [3]. Соответственно, вместо процедуры обратного преобразования сигнала из частотной области во временную производится восстановление сигнала по биспектру [1].

В схеме на рис. 2 биспектры входного и эталонного сигналов на входе адаптивной системы можно представить в виде:

$$S_y(\omega_1, \omega_2) = S_\varepsilon(\omega_1, \omega_2) + S_d(\omega_1, \omega_2), \quad (2)$$

$$S_x(\omega_1, \omega_2) = S_d(\omega_1, \omega_2)H(\omega_1)H(\omega_2)H^*(\omega_1 + \omega_2), \quad (3)$$

где $S_{\xi}(\omega_1, \omega_2)$ и $S_d(\omega_1, \omega_2)$ — биспектры полезного сигнала и помехи соответственно; $H(\omega)$ — коэффициент передачи канала, искажающего помеху.

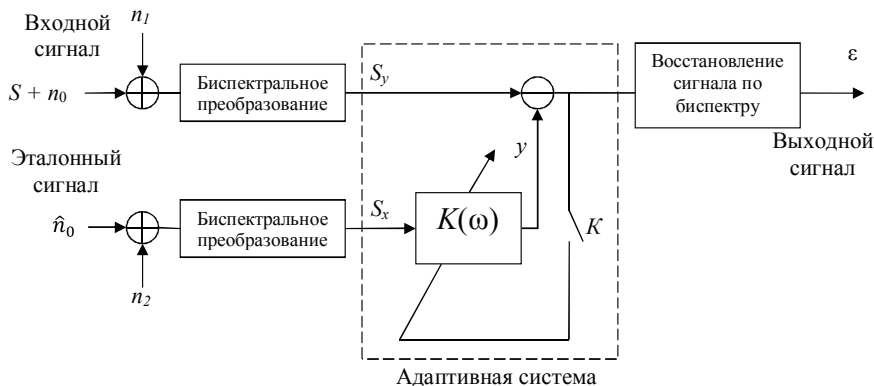


Рис. 2. Адаптивный компенсатор в биспектральной области

Fig. 2. Adaptive compensator using bispectrum

В данной работе был применен прямой метод оценки биспектральной плотности, поскольку он отличается от косвенного более высоким быстродействием за счет применения БПФ [3].

Зная, что биспектр — это двумерное преобразование Фурье ТАКФ или моментной функции третьего порядка, для воспроизведения биспектра помехи на выходе фильтра выберем критерий минимизации абсолютной ошибки третьей степени. Для определения данного критерия необходимо получить смешанные моментные функции входного и эталонного сигналов (4)–(5), вывод которых описан в [4].

$$M_{21}^{xy}(\tau_1, \tau_2) = \int_{-\infty}^{\infty} w(\tau) M_3^x(\tau_1, \tau_2 - \tau) d\tau. \quad (4)$$

$$M_{12}^{xy}(\tau_1, \tau_2) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} w(u) w(v) M_3^x(\tau_1 + u - v, \tau_2 + u) du dv, \quad (5)$$

где $w(\dots)$ импульсная характеристика, $M_3^x(\dots, \dots)$ — моментная функция эталонного сигнала.

Далее проводится двойное преобразование Фурье данных функций (6) и (7) [4].

$$\begin{aligned}
S_{xy}(\omega_1, \omega_2) &= 4 \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} M_{12}^{xy}(\tau_1, \tau_2) e^{-i(\omega_1 \tau_1 + \omega_2 \tau_2)} d\tau_1 d\tau_2 = 4 \int_{-\infty}^{\infty} w(\tau) \times \\
&\times \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} M_3^x(\tau_1, \tau_2 - \tau) e^{-i(\omega_1 \tau_1 + \omega_2 \tau_2)} d\tau_1 d\tau_2 d\tau = \left| \begin{matrix} z_1 = \tau_1 \\ z_2 = \tau_2 - \tau \end{matrix} \right| = 4 \int_{-\infty}^{\infty} w(\tau) \times \\
&\times \int_{-\infty}^{\infty} M_3^x(z_1, z_2) e^{-i(\omega_1 z_1 + \omega_2 z_2 + \omega_2 \tau)} dz_1 dz_2 d\tau = 4 \int_{-\infty}^{\infty} w(\tau) \times \\
&\times \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} M_3^x(z_1, z_2) e^{-i(\omega_1 z_1 + \omega_2 z_2)} dz_1 dz_2 e^{-i\omega_2 \tau} d\tau = S_x(\omega_1, \omega_2) \times \\
&\times \int_{-\infty}^{\infty} w(\tau) e^{-i\omega_2 \tau} d\tau = S_x(\omega_1, \omega_2) k(i\omega_2).
\end{aligned} \tag{6}$$

$$\begin{aligned}
S_{yx}(\omega_1, \omega_2) &= 4 \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} M_{12}^{xy}(\tau_1, \tau_2) e^{-i(\omega_1 \tau_1 + \omega_2 \tau_2)} d\tau_1 d\tau_2 = 4 \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} w(u) w(v) \times \\
&\times \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} M_3^x(\tau_1 + u - v, \tau_2 + u) e^{-i(\omega_1 \tau_1 + \omega_2 \tau_2)} d\tau_1 d\tau_2 dudv = \left| \begin{matrix} z_1 = \tau_1 + u - v \\ z_2 = \tau_2 + u \end{matrix} \right| = \\
&= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} w(u) w(v) \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} M_3^x(z_1, z_2) e^{-i(\omega_1 z_1 + \omega_1 v - \omega_1 u + \omega_2 z_2 - \omega_2 u)} dz_1 dz_2 dudv = \\
&= 4 \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} w(u) w(v) \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} M_3^x(z_1, z_2) e^{-i(\omega_1 z_1 + \omega_2 z_2)} dz_1 dz_2 e^{-i(\omega_1 v - \omega_1 u - \omega_2 u)} dudv = \\
&= S_x(\omega_1, \omega_2) \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} w(u) w(v) e^{-i(\omega_1 v - \omega_1 u - \omega_2 u + \omega_2 \tau)} dudv = S_x(\omega_1, \omega_2) \times \\
&\times \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} w(u) e^{i(\omega_1 u + \omega_2 u)} w(v) e^{-i\omega_1 v} dudv = S_x(\omega_1, \omega_2) k(i\omega_1) k(-i(\omega_1 + \omega_2)).
\end{aligned} \tag{7}$$

Из выражений (6) и (7) можно получить оптимальную передаточную функцию адаптивного фильтра в биспектральной области [4]:

$$K_{\text{opt}}(\omega_1, \omega_2) = k(i\omega_1) k(i\omega_2) k(-i(\omega_1 + \omega_2)) = \frac{S_{xy}(\omega_1, \omega_2) S_{yx}(\omega_1, \omega_2)}{S_x(\omega_1, \omega_2) S_x(\omega_1, \omega_2)}. \tag{8}$$

Таким образом, используя критерий минимизации модуля ошибки третьей степени (8), можно воспроизвести биспектр помехи на выходе фильтра, из чего следует ее компенсация в адаптивной системе.

Компьютерное моделирование

Для создания модели был использован пакет Simulink, который является подсистемой (расширением) MATLAB, предназначенной для блочного моделирования. Разработанная схема представляет собой систему адаптивной компенсации помех с источниками шума, простой системой передачи и приема информации на основе амплитудной манипуляции, параметры которых можно изменять в широких пределах. Также модель включает средства наблюдения за выходными параметрами, которые позволяют оценивать правильность работы системы и ее эффективность.

Как уже говорилось выше, для эффективной компенсации гауссовой помехи необходимо производить наибольшее возможное количество усреднений биспектра. В полученной модели биспектр усредняется последовательно с компенсацией таким образом, что вычитание биспектра помехи из биспектра входного сигнала производится уже после усреднения.

Для сравнения результатов моделирования с аналогичной системой без биспектральной обработки была разработана модель адаптивного компенсатора в частотной области, которая функционирует по критерию (1).

Также было проведено моделирование работы обоих типов фильтров без влияния некоррелированных гауссовых шумов в каналах компенсатора, которое показало эффективность этих систем. Эталонный сигнал при этом представлял собой шум с распределением Рэлея, некоторым образом коррелированный с шумом во входном сигнале. Данное условие сохранилось и в последующем эксперименте с добавлением гауссова шума в каналы адаптивного компенсатора.

Для анализа получившегося адаптивного компенсатора было решено подавать на вход последовательность из 900 символов и сравнивать с последовательностью, полученной на выходе. Путем сравнения этих последовательностей производится вычисление вероятности ошибки.

Точность определения вероятности ошибки определяется по формуле:

$$\Delta p = \frac{1}{\sqrt{N}}, \quad (9)$$

где N — общее число бит, по которому производится оценка. Из (9) следует, что при 900 реализациях будет достигаться точность 1/30.

Определение ОСШ описывается выражением:

$$SNR = 20 \log_{10} \frac{A_s}{A_n}, \quad (10)$$

где A_s — среднеквадратическое значение амплитуды сигнала, A_n — среднеквадратическое значение амплитуды шума.

В таблице 1 представлены результаты моделирования. Оценивается вероятность ошибки при различных соотношениях сигнал/шум на входе системы.

Таблица 1

Зависимость вероятности ошибки от ОСШ для компенсатора с применением биспектров

Table 1

Dependence of the error rate on the SNR for the compensator using bispectra

ОСШ в каналах, дБ	-19	-18,1	-16,6	-15,1	-13,9	-12	-10,7	-9,1	-7
РОШ	0,467	0,267	0,233	0,2	0,133	0,067	0,033	0,033	0

На рис. 3 построена зависимость вероятности ошибки от ОСШ в каналах для адаптивного компенсатора с биспектральной обработкой.

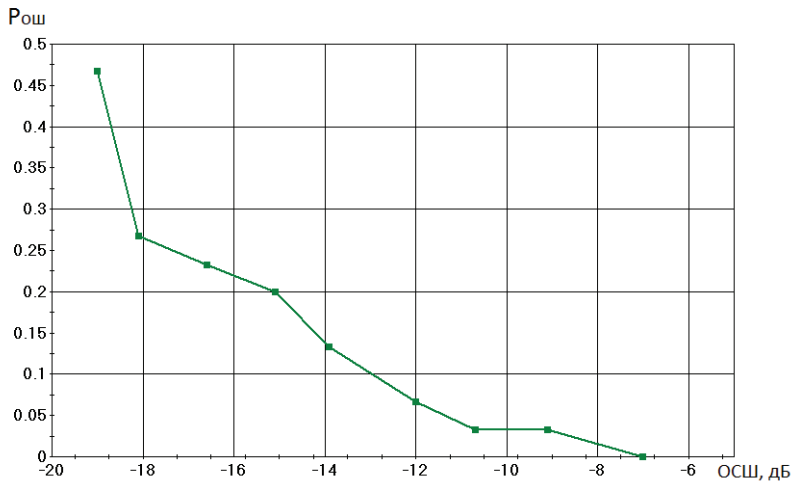


Рис. 3. Зависимость вероятности ошибки от ОСШ в каналах для адаптивного компенсатора с использованием биспектров

Fig. 3. Dependence of the error rate on the SNR for the compensator using bispectra

Проведем моделирование для аналогичной системы без применения биспектральной обработки, описанной в предыдущем пункте. В таблице 2 приведены результаты такого моделирования.

Таблица 2

Зависимость вероятности ошибки от ОСШ для компенсатора без применения биспектров

Table 2

Dependence of the error rate on the SNR for the compensator without using bispectra

ОСШ в каналах, дБ	−3,9	−2,6	−1,3	0,2	1,9	3,4	5,2	7	8,2
РОШ	0,333	0,233	0,167	0,133	0,1	0,067	0,033	0,033	0

На рис. 4 построена зависимость вероятности ошибки от ОСШ в каналах компенсатора без применения биспектральной обработки.

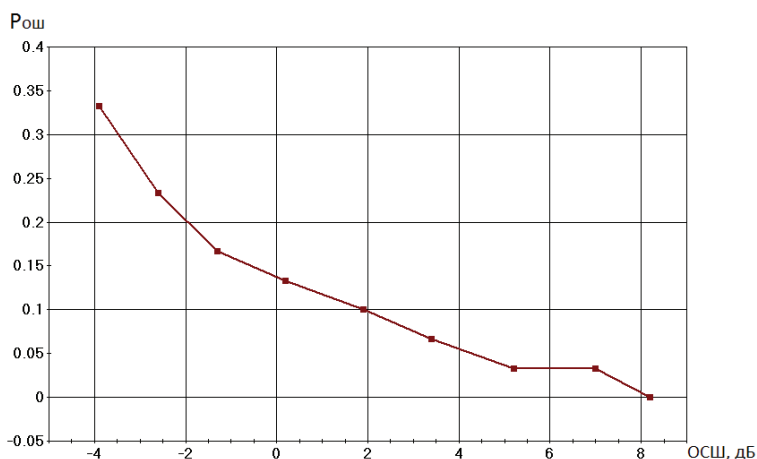


Рис. 4. Зависимость вероятности ошибки от ОСШ в каналах для адаптивного компенсатора в частотной области без использования биспектров

Fig. 4. Dependence of the error rate on the SNR for the compensator without using bispectra

Из полученных результатов можно сделать вывод, что оба компенсатора справляются с задачей выделения сигнала на фоне помехи при условии, что помехи во входном и эталонном каналах коррелированы между собой. Однако при появлении некоррелированных аддитивных гауссовских помех в каналах использование биспектров дает значительное преимущество.

Выводы

В данной статье была рассмотрена адаптивная фильтрация сигналов в частотной области и биспектральная обработка. Разработана модель адаптивного компенсатора с использованием биспектральной обработки в среде Simulink. Также был смоделирован адаптивный компенсатор в частотной области без использования биспектров. Было проведено моделирование с целью выявления зависимостей вероятности появления ошибочного бита на выходе системы от величины шумового воздействия в каналах компенсатора. Также проведен сравнительный анализ адаптивного компенсатора в биспектральной и спектральной областях при некоррелированном шумовом воздействии в каналах. Анализ полученных результатов позволяет сделать следующие выводы:

1. Адаптивный компенсатор с использованием биспектральной обработки эффективен при выделении прямоугольного импульса на фоне шума с распределением Рэлея. Адаптивный компенсатор в частотной области также справляется с этой задачей. Тем не менее при использовании других типов сигналов важно учитывать, что для компенсатора с биспектральной обработкой ТАКФ сигнала должна быть отличной от нуля.

2. При наличии в каналах компенсатора некоррелированного гауссовского шума система с использованием биспектральной обработки показывает лучшие результаты по сравнению с обычным компенсатором в спектральной области. Выигрыш составил порядка 14 дБ. Такой результат обеспечивается за счет свойства минимизации гауссовских процессов при биспектральной обработке.

3. При использовании биспектральной обработки необходимо учитывать, что, в отличие от спектральной обработки, одним из достоинств которой является низкая потребность в вычислительных ресурсах [6], использование биспектров требует большого числа усреднений, причем степень минимизации гауссовского шума, как и эффективности компенсации, напрямую зависит от их количества. Поэтому при проектировании таких систем придется находить оптимальный баланс между степенью подавления помех, то есть вероятностью ошибки приема бита, и скоростью обработки информационной последовательности.

Литература/References

1. Nikias C. L., Raghuveer M. R. Bispectrum estimation: A digital signal processing framework. *Proc. IEEE*, 1987, vol. 75, pp. 869–91.
2. Bartelt H., Lohman A. W., Wirnitzer B. Phase and amplitude recovery from bispectra. *Applied Optics*, 1984, vol. 23.
3. Zelensky A. A., Kravchenko V. F., Pavlikov V. V., Totsky A. V. Bispectrum analysis in digital signal processing and applications. *Fizicheskie osnovy priborostroeniya*, 2013, 2 (3), pp. 4–39.

4. Манохин А. Е., Зародов А. А. О разработке оптимального фильтра выделения полезного сигнала в биспектральной области по критерию минимума абсолютной ошибки третьей степени // Журнал радиоэлектроники [Электронный ресурс]. 2016. № 10 (12). URL: <http://jre.cplire.ru/jre/oct16/1/text.pdf> (дата обращения: 30.10.2018).

Manokhin A. E., Zarodov A. A. O razrabotke optimal'nogo fil'tra vydeleniya poleznogo signala v bispektral'noj oblasti po kriteriyu minimumaabsolyutnoj oshibki tret'ej stepeni [The designing an optimal filter of a useful signal in a bispectral domain by the criteria of the least mean absolute third error]. *ZHurnal radioelektroniki* [Journal of Radio Electronics], 2016, no. 10(12). Available at: <http://jre.cplire.ru/jre/oct16/1/text.pdf> (accessed 30.10.18). (In Russian)

5. Widrow B., Stearns S. P. *Adaptive Signal Processing of Englewood Cliffs*. Prentice-Hall, Inc., 1985.

6. Cowan C. F. N., Grant P. M. *Adaptive Filters*. Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ, 1985.

Информация об авторе

Владислав Игоревич Мусихин — аспирант департамента радиоэлектроники и связи Института радиоэлектроники и информационных технологий — РТФ Уральского федерального университета имени первого Президента России Б. Н. Ельцина (ул. Мира, 32, Екатеринбург, Россия).

Information about the authors

Vladislav Igorevich Musikhin — postgraduate of the Department of Radioelectronics and Communications of Engineering School of Information Technologies, Telecommunications and Control Systems of Ural Federal University the first President of Russia B. N. Yeltsin (Mira street 32, Ekaterinburg, Russian Federation).

Поступила / Receiver: 19.08.2018

Принята в печать / Accepted: 14.10.2018